



พฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็ก

DYNAMIC BEHAVIOR OF REINFORCED CONCRETE PAGODA

ณรงค์ฤทธิ์ จันทน์วัฒนางษ์¹ และ กริสน์ ชัยมูณ^{2*}

¹นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

²ผู้ช่วยศาสตราจารย์ หน่วยวิจัยทางด้านวิศวกรรมโครงสร้าง คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

*Corresponding author: k.chaimoon@msu.ac.th

บทคัดย่อ

เจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็กมีการก่อสร้างมากขึ้นเรื่อยๆ ในปัจจุบัน อย่างไรก็ตาม การศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็กยังคงมีอยู่อย่างจำกัด รายงานการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์ส่วนใหญ่เป็นของเจดีย์อิฐก่อและเจดีย์ไม้ซึ่งมีการก่อสร้างตั้งแต่ในสมัยโบราณ งานวิจัยนี้จึงต้องการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็ก โดยใช้การตรวจวัดจริงประกอบกับการใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ตัวอย่างเจดีย์ที่ศึกษาคือเจดีย์วัดป่าบ้านค้อ จังหวัดอุดรธานี ซึ่งเป็นเจดีย์รูปทรงระฆังศิลปะล้านช้าง มีความสูงประมาณ 72.0 เมตร โครงสร้างเป็นระบบเสา คาน พื้นและผนังคอนกรีตเสริมเหล็ก ผลจากการตรวจวัดจริง โดยการวัดการสั่นไหวภายใต้สภาวะแวดล้อม (Ambient Vibration) ด้วยเครื่องวัดความเร่ง (Accelerometer) ทำให้ทราบถึงคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์พื้นฐานของเจดีย์ ประกอบด้วย ค่าความถี่การสั่นไหวธรรมชาติพื้นฐาน (First Mode Natural Vibration Frequency) รูปแบบการสั่นไหวธรรมชาติพื้นฐาน (Natural Vibration Mode Shape of First Mode) และอัตราส่วนความหน่วง (Damping Ratio) ค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์พื้นฐานที่ได้จากการตรวจวัดจริงใช้ในการปรับแก้ค่าพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ (Calibration of Model Parameter) ก่อนที่จะใช้แบบจำลองในการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็ก จากผลการศึกษาทำให้ทราบพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็กและแนวทางในสร้างแบบจำลองเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็ก

คำสำคัญ: เจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็ก, การสั่นไหวภายใต้สภาวะแวดล้อม, ความถี่ธรรมชาติ, รูปแบบการสั่นไหว, อัตราส่วนความหน่วง

ABSTRACT

In present, most pagodas are constructed using reinforced concrete. However, studies on the dynamic behavior of reinforced concrete pagodas remain limited. Most study reports on the dynamics behavior of pagodas are of masonry pagodas and timber pagodas which have been constructed since ancient times. This research aims to study the dynamic behavior of reinforced concrete pagodas using a direct measurement method and the use of a finite element model. The

Narongrit Junwattanawong¹ and Krit Chaimoon^{2*}

¹Master's Degree Student, Civil Engineering Program, Faculty of Engineering, Mahasarakham University

²Assistant Professor, Structural Engineering Research Unit, Faculty of Engineering, Mahasarakham University

studied pagoda is the Ban Koh temple pagoda located in Udon Thani province. The pagoda is Lanka bell shape with height of about 72 meters. The structure of the pagoda is a system of reinforced concrete columns, beams, slabs and walls. As a result from the direct measurement under ambient vibration using accelerometers, the dynamic properties of the pagoda including the first mode natural vibration frequency, natural vibration mode shape of the first mode and damping ratio were obtained and used for calibration of model parameter of the finite element model. The finite element model was then adopted for further study on the dynamic behavior of the pagoda. From the study results, a better understanding on the dynamic behavior of the reinforced concrete pagoda was obtained and a guideline for modeling of the reinforced concrete pagoda was suggested.

KEYWORDS: Reinforced Concrete Pagoda, Ambient Vibration, Natural Frequency, Mode Shape, Damping Ratio

1. บทนำ

เจดีย์เป็นโครงสร้างพิเศษรูปแบบหนึ่งที่มีการก่อสร้างมาตั้งแต่ในสมัยโบราณและมักจะก่อสร้างด้วยอิฐก่อ หรือไม้ ตามวัสดุที่มีหรือหาได้ในเวลานั้น การศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์จึงพบรายงานการศึกษาของเจดีย์อิฐก่อ (Masonry Pagoda) [1-2] และเจดีย์ไม้ (Timber Pagoda) [3] เป็นส่วนใหญ่ ในปัจจุบันการก่อสร้างเจดีย์ส่วนมากใช้โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กตามวัสดุและเทคโนโลยีที่มี อย่างไรก็ตามรายงานการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็กยังคงหายาก การเข้าใจพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของโครงสร้างเป็นเรื่องที่สำคัญโดยเฉพาะเมื่อต้องการทราบความสามารถของโครงสร้างในการต้านทานต่อแรงด้านข้างคือแรงลมและแรงแผ่นดินไหว งานวิจัยนี้รายงานการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็กโดยใช้การตรวจวัดจริงประกอบกับการใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

การหาค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency) รูปแบบการสั่นไหว (Vibration Mode Shape) และอัตราส่วนความหน่วง (Damping Ratio) มี 3 วิธีใหญ่ๆ คือ วิธีการตรวจวัดจริง (Direct Measurement Method) วิธีวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ (Numerical Analysis Method) และวิธีการประมาณค่า (Empirical Method) คุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของโครงสร้างขึ้นกับปัจจัยหลายอย่าง เช่น มวลของโครงสร้าง สติเฟนของโครงสร้าง ลักษณะของจุดรองรับหรือปฏิสัมพันธ์ระหว่างดินกับโครงสร้าง (Soil-Structure Interaction) กลไกในการหน่วงการสั่นไหวที่เกิดจากการสลายพลังงานของโครงสร้าง (Damping Mechanism) เป็นต้น [4] วิธีการตรวจวัดจริงจึงเป็นวิธีที่ให้ผลถูกต้องที่สุดเนื่องจากเป็นพฤติกรรมจริงที่ได้รับผลของทุกๆ ปัจจัยไว้แล้ว แต่ใช้เวลาและมีค่าใช้จ่ายสูง ส่วนวิธีวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์มีสะดวกกว่า มีค่าใช้จ่ายน้อย และใช้กับโครงสร้างที่สลับซับซ้อนได้ดี และถ้าแบบจำลองมีการสอบเทียบ (Validation) เบื้องต้นกับค่าตรวจวัดจริงก็จะสามารถใช้แบบจำลองในการหาค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของรูปแบบการสั่นไหวอื่นๆ ที่ซับซ้อนกว่าและใช้ศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของโครงสร้างได้

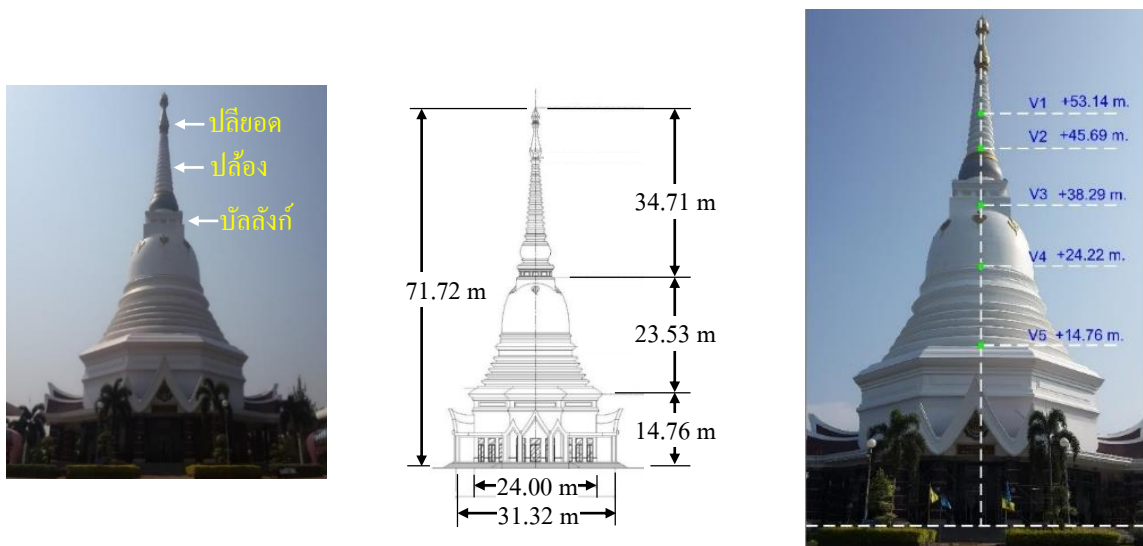
วิธีการตรวจวัดจริงยังแบ่งออกเป็น 3 วิธี ได้แก่ วิธีการสั่นไหวภายใต้แรงกระทำ (Force Vibration) วิธีการสั่นไหวแบบอิสระ (Free Vibration) และวิธีการสั่นไหวภายใต้สภาพแวดล้อม (Ambient Vibration) สองวิธีแรกเป็นวิธีที่เสียค่าใช้จ่ายสูง เพราะต้องใช้เครื่องมือเข้าเพื่อให้มีแรงกระทำและใช้แรงกระตุ้นโครงสร้างให้เกิดการสั่นไหวเริ่มต้นตามลำดับ ส่วนวิธีสุดท้ายเป็นการวัดการสั่นไหวของโครงสร้างที่เกิดขึ้นเองภายใต้สภาพการใช้งานปกติที่เกิดจากสภาพแวดล้อม เช่น แรงลม แรงจากการจราจร เป็นต้น แต่ก็มีค่าใช้จ่ายที่ทำให้การสั่นไหวได้เพียง 2-3 รูปแบบแรกเท่านั้นเนื่องจากการสั่นไหวในระดับที่ต่ำมาก

เพื่อศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็ก งานวิจัยนี้ใช้การตรวจวัดจริงด้วยวิธีการสั่นไหวภายใต้สภาพแวดล้อมเพื่อหาค่าความถี่การสั่นไหวธรรมชาติพื้นฐาน (First Mode Natural Vibration Frequency) รูปแบบการสั่นไหวธรรมชาติพื้นฐาน (Natural Vibration Mode Shape of First Mode) และอัตราส่วนความหน่วง (Damping Ratio) ของเจดีย์ที่ศึกษาคือ เจดีย์วัดป่าบ้านค้อ จังหวัดอุดรธานี ความสูง 71.71 เมตร แล้วใช้ค่าคุณสมบัติพื้นฐานที่ได้ในการปรับแก้ค่าพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ (Calibration of Model Parameter) แล้วจึงใช้แบบจำลองในการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คือ รูปแบบการสั่นไหวที่สองและสาม (Second and Third Mode Shapes) นอกจากนั้นงานวิจัยนี้ยังได้เสนอแนวทางในการสร้างแบบจำลองเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็ก

2. การตรวจวัดคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์พื้นฐาน

2.1 เจดีย์ที่ทำการศึกษาและวิธีการตรวจวัด

เพื่อหาค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์พื้นฐานของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็ก โดยการตรวจวัดจริงด้วยวิธีการสั่นไหวภายใต้สภาพแวดล้อม การศึกษานี้เลือกใช้เจดีย์พระมหาธาตุเจดีย์เฉลิมพระบารมีพระนามินท์หรือเจดีย์วัดป่าบ้านค้อ จังหวัดอุดรธานี เป็นตัวอย่างการศึกษา เจดีย์วัดป่าบ้านค้อเป็นเจดีย์ทรงระฆังศิลปะล้านช้างที่มีความสูง 71.71 เมตร มีโครงสร้างเป็นระบบเสา คาน พื้นและผนังคอนกรีตเสริมเหล็ก มีส่วนเรือนฐานเป็นอาคารรูปแปดเหลี่ยมสูง 14.76 เมตร มีส่วนเรือนธาตุทรงระฆังสูง 23.53 เมตร และมีส่วนเรือนยอดวัดจากบัลลังก์รวมปล้องโถงถึงปลียอดสูง 34.71 เมตร ดังแสดงในรูปที่ 1



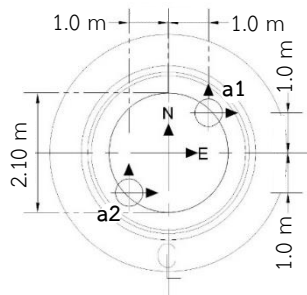
รูปที่ 1 เจดีย์วัดป่าบ้านค้อที่ใช้เป็นตัวอย่างการศึกษาและตำแหน่งติดตั้งเครื่องวัดความเร่งเพื่อหา รูปแบบการสั่นไหวในระนาบตั้ง

การตรวจวัดใช้อุปกรณ์ประกอบด้วย เครื่องวัดความเร่งพร้อมสายสัญญาณ (Accelerometer) ซึ่งวัดได้ 3 ทิศทาง (x, y และ z) จำนวน 2 เครื่อง ชุดบันทึกและแปลงสัญญาณเป็นสัญญาณดิจิทัลพร้อมแบตเตอรี่สำรองไฟฟ้า และคอมพิวเตอร์แบบพกพาดังแสดงในรูปที่ 2 ในการตรวจวัดบันทึกข้อมูลด้วยอัตราเร็ว 200 ข้อมูลต่อวินาที ใช้เวลาในการบันทึกประมาณหนึ่งชั่วโมงเพื่อค้นหาช่วงข้อมูลที่เกิดการสั่นไหวมากที่สุด

เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ อัตราส่วนความหน่วง และรูปแบบการสั่นไหวในระนาบราบ การตรวจวัดการติดตั้งเครื่องวัดความเร่ง ณ ส่วนที่สูงที่สุดของโครงสร้างเพื่อให้ได้ผลตอบสนองของโครงสร้างหรือสัญญาณชัดเจนที่สุดเพราะจะเป็นส่วนที่มีการสั่นไหวมากที่สุด อย่างไรก็ตามเนื่องจากจุดสูงสุดของเจดีย์เป็นปลายยอดแหลมไม่สามารถทำการติดตั้งเครื่องวัดได้ การศึกษานี้จึงติดตั้งเครื่องวัดทั้ง 2 เครื่อง ณ พื้นชั้นสูงสุดของเจดีย์แทนดังแสดงในรูปที่ 3 ซึ่งอยู่ที่ความสูง 53.14 เมตรและอยู่ในส่วนปล้องโถงของเจดีย์ เครื่องวัดความเร่งแต่ละเครื่องวัดค่าในแนวแกน x หรือแนวตะวันออก-ตะวันตก (E-W) และในแนวแกน y หรือแนวเหนือ-ใต้ (N-S)



รูปที่ 2 อุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นไหว



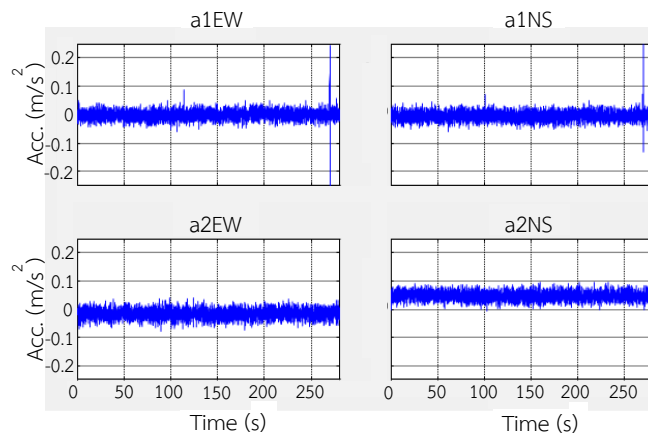
รูปที่ 3 การติดตั้งเครื่องวัดความเร่งเพื่อหาคณสมบัติเชิงพลศาสตร์ในระนาบราบ ณ ความสูง 53.14 เมตร

เพื่อหารูปแบบการสั่นไหวในระนาบตั้ง การศึกษานี้ทำการติดตั้งเครื่องวัดในแนวตั้งในแนวเดียวกันทุกความสูงที่ทำการตรวจวัดดังแสดงในรูปที่ 1 โดยทำการตรวจวัด 4 ครั้งและติดตั้งครั้งละ 2 ตำแหน่ง ในการวัดแต่ละครั้งเครื่องวัดความเร่ง 1 เครื่องติดตั้งที่ความสูง 53.14 เมตรซึ่งเป็นตำแหน่งสูงสุดเสมอเพื่อใช้เป็นตำแหน่งอ้างอิง ส่วนเครื่องวัดความเร่งอีกเครื่องติดตั้งที่ความสูงต่ำกว่าและย้ายลงมาเรื่อยๆ ในการวัดครั้งถัดไปจนถึงตำแหน่งล่างสุดที่ความสูง 14.76 เมตร

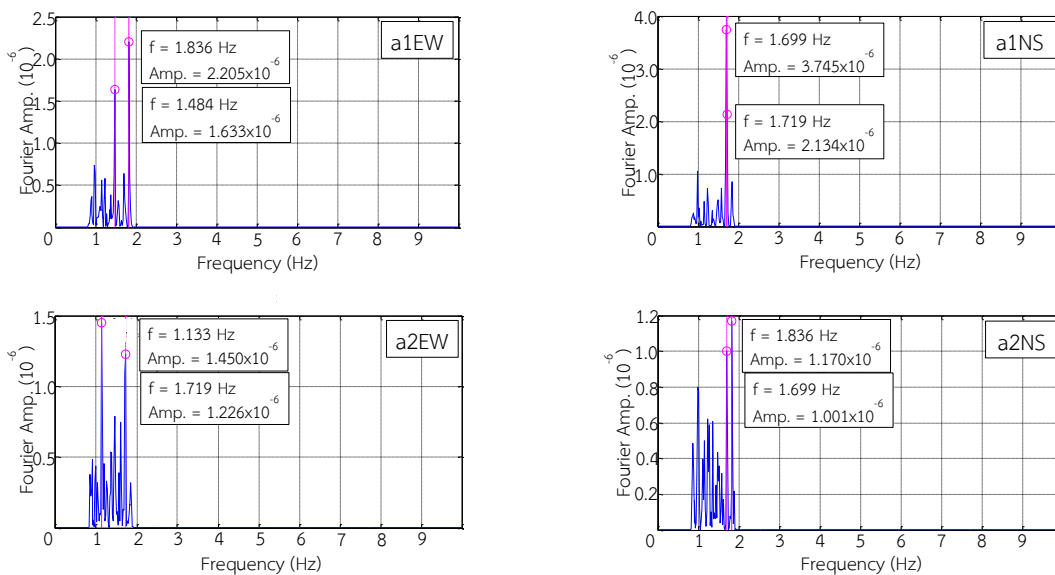
2.2 ผลและการวิเคราะห์คุณสมบัติเชิงพลศาสตร์พื้นฐานของเจดีย์

สัญญาณความเร่งที่วัดได้อยู่ในรูปของโดเมนเวลา (Time Domain) หรือที่เรียกว่า “Acceleration-Time History” ซึ่งมีแกนอนเป็น เวลาและแกนตั้งเป็นขนาดของความเร่ง ตัวอย่างดังแสดงในรูปที่ 4 เพื่อหาคณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์ สัญญาณที่ได้จากการวัดแปลง

เป็นสัญญาณในรูปของโดเมนความถี่ (Frequency Domain) ด้วยวิธีการแปลงฟูรีเยอร์อย่างรวดเร็ว (Fast Fourier Transform) ได้ผลลัพธ์ที่เรียกว่า "Fourier Amplitude Spectra" ที่มีแกนอนเป็นความถี่และแกนตั้งเป็นขนาดฟูรีเยอร์ (Fourier Amplitude) ตัวอย่างดังแสดงในรูปที่ 5



รูปที่ 4 Acceleration-Time History จากการตรวจวัดเพื่อหาคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ในระนาบราบ



รูปที่ 5 Fourier Amplitude Spectra จากการตรวจวัดเพื่อหาคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ในระนาบราบ

ค่าความถี่ธรรมชาติของเจดีย์พิจารณาได้จาก Fourier Amplitude Spectra ในรูปที่ 5 โดยค่าความถี่ต่างๆ ที่ตรงกับจุดยอดของขนาดฟูรีเยอร์เป็นความถี่ธรรมชาติซึ่งมีได้หลายค่าขึ้นกับโหมดการสั่นไหวนั้นๆ ของเจดีย์ ทั้งนี้ความถี่ที่ตรงกับจุดยอดที่สูงที่สุดหรือมีขนาดฟูรีเยอร์สูงสุดมีแนวโน้มเป็นความถี่พื้นฐานหรือความถี่โหมดที่หนึ่ง และความถี่ที่ตรงกับจุดยอดที่สูงอันดับสองมีแนวโน้มเป็นความถี่โหมดที่สอง สำหรับจุดยอดที่สูงที่สุดสองอันดับแรกของแต่ละสัญญาณจากรูปที่ 5 สรุปได้ดังแสดงในตารางที่ 1 จากข้อมูลในตาราง

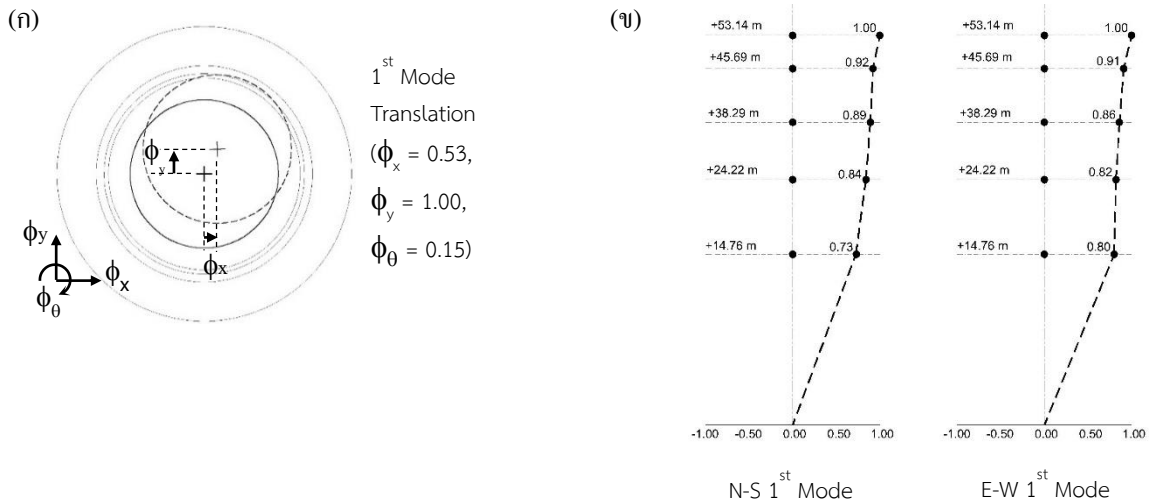
ดังกล่าวพบว่า ความถี่ที่ตรงกับจุดยอดที่สูงที่สุดสองอันดับแรกของแต่ละสัญญาณอยู่ในช่วง 1.133 ถึง 1.836 เฮิร์ตซ์ และ 1.484 ถึง 1.719 เฮิร์ตซ์ตามลำดับ ด้วยลักษณะของเจดีย์ที่เป็นทรงกลมค่อนข้างสมมาตร ในการศึกษาครั้งนี้จึงใช้สมมุติฐานว่าเจดีย์มีการสั่นไหวที่สมมาตรทุกทิศทางและจึงเลือกค่าความถี่ 1.699 เฮิร์ตซ์เป็นความถี่โหมดที่หนึ่ง เนื่องจากในชุดของความถี่จากจุดยอดที่สูงที่สุด ความถี่ดังกล่าวสอดคล้องกับขนาดฟูรีเยร์สูงสุด (3.745×10^{-6}) ทำนองเดียวกันเลือกค่าความถี่ 1.719 เฮิร์ตซ์เป็นความถี่โหมดที่สองซึ่งสอดคล้องกับขนาดฟูรีเยร์สูงสุด (2.134×10^{-6}) ซึ่งทั้งสองค่าได้จากสัญญาณ aINS ที่อาจจะเป็นสัญญาณที่มีการสั่นไหวมากที่สุด

ตารางที่ 1 ผลการวิเคราะห์ค่าความถี่ธรรมชาติ

Signal	1 st Highest Peak		2 nd Highest Peak	
	Fourier Amp.	Freq. (Hz)	Fourier Amp.	Freq. (Hz)
a1EW	2.205×10^{-6}	1.836	1.633×10^{-6}	1.484
a1NS	3.745×10^{-6}	1.699	2.134×10^{-6}	1.719
a2EW	1.450×10^{-6}	1.133	1.226×10^{-6}	1.719
a2NS	1.170×10^{-6}	1.836	1.001×10^{-6}	1.699

รูปแบบการสั่นไหวในระนาบราบที่สอดคล้องกับความถี่หนึ่งๆ พิจารณาได้จากวิธีที่เรียกว่า Fourier Spectral Ratio ซึ่งเป็นการหาอัตราส่วนของขนาดฟูรีเยร์ที่จุดต่างๆ กับขนาดฟูรีเยร์ที่จุดอ้างอิง ณ ความถี่นั้นๆ ร่วมกับสมมุติฐานที่ว่า การเคลื่อนที่ในแนวราบของโครงสร้างเป็นแบบแข็งเกร็ง (Rigid Floor Diaphragm) เพื่อสร้างสมการการเคลื่อนที่ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งเดิมกับตำแหน่งใหม่ของระนาบนั้นที่เกิดจากการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x แกน y และการบิดตัวหรือการหมุนของระนาบซึ่งแสดงในรูปของตัวแปร ϕ_x , ϕ_y และ ϕ_θ ตามลำดับ แล้วแก้สมการจะได้รูปแบบการสั่นไหว จากหลักการดังกล่าวได้รูปแบบการสั่นไหวในระนาบราบของเจดีย์ที่ความสูง 53.14 เมตร ณ ความถี่พื้นฐาน 1.699 เฮิร์ตซ์ ดังแสดงในรูปที่ 6 (ก) ซึ่งมีค่า $\phi_x = 0.53$, $\phi_y = 1.00$ และ $\phi_\theta = 0.15$ ซึ่งบ่งบอกว่าระนาบที่ความสูง 53.14 เมตร มีการเคลื่อนที่ทางด้านข้าง (Translation) ในแนวแกน x เท่ากับ 0.53 หน่วย ในแนวแกน y เท่ากับ 1.00 หน่วย โดยมีการบิดในทิศทางตามเข็มนาฬิกาเท่ากับ 0.15 เรเดียน การที่การเคลื่อนที่ทางด้านข้างในแนวแกน x และในแนวแกน y มีค่าต่างกันแสดงว่าแรงที่มีกระทำไม่ได้อยู่ในแนวแกนใดแกนหนึ่งและแม้มุมบิดจะไม่เท่ากับศูนย์แต่ก็มีค่าไม่มาก ในการศึกษาครั้งนี้ยังคงใช้สมมุติฐานที่ว่าเจดีย์มีการสั่นไหวที่สมมาตรทุกทิศทางดังที่กล่าวในข้างต้น

รูปแบบการสั่นไหวในระนาบตั้งที่สอดคล้องกับความถี่หนึ่งๆ พิจารณาได้จากการเปรียบเทียบการสั่นไหวของแต่ละความสูงด้วยวิธี Fourier Spectral Ratio เช่นกัน โดยการหาอัตราส่วนของขนาดฟูรีเยร์ที่ความสูงต่างๆ กับขนาดฟูรีเยร์ที่ความสูงอ้างอิง ณ ความถี่นั้นๆ โดยใช้ขนาดฟูรีเยร์ที่ความสูง 53.14 เมตรเป็นค่าอ้างอิงได้รูปแบบการสั่นไหวในระนาบตั้งของเจดีย์ในแนว N-S และแนว E-W ณ ความถี่พื้นฐาน 1.699 เฮิร์ตซ์ดังแสดงในรูปที่ 6 (ข) ซึ่งจะเห็นได้ว่ารูปแบบการสั่นไหวมีลักษณะที่ใกล้เคียงกัน สมมุติฐานที่ว่าเจดีย์มีการสั่นไหวที่สมมาตรทุกทิศทางจึงยังคงใช้ได้



รูปที่ 6 รูปแบบการสั่นไหวของเจดีย์ที่ความถี่พื้นฐาน (ก) ในระนาบราบที่ความสูง 53.14 เมตร (ข) ในระนาบตั้ง

อัตราส่วนความหน่วงสำหรับสัญญาณที่ได้จากโครงสร้างที่มีการสั่นไหวในระดับต่ำวิเคราะห์หาได้ด้วยวิธีออโตคอร์เรลชัน (Autocorrelation) กับผลตอบสนองที่อยู่ในรูปของ Fourier Amplitude Spectra ที่ผ่านการกรองสัญญาณด้วยวิธีที่เรียกว่า Band Pass Filter เพื่อแยกรูปแบบการสั่นไหวออกมาให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันโคซายน์ที่มีการลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียลแล้วทำให้สามารถคำนวณอัตราส่วนความหน่วงได้จากค่าที่เรียกว่า Logarithmic Decrement ซึ่งเป็นค่าลอการิทึมธรรมชาติของอัตราส่วนของขนาดจุดยอดสองจุดใดๆ ของฟังก์ชันโคซายน์ ด้วยวิธีดังกล่าวพบว่า การสั่นไหวที่ความถี่พื้นฐาน 1.699 เฮิรตซ์เจดีย์มีอัตราส่วนความหน่วงประมาณร้อยละ 1.59

จากผลการตรวจวัด ค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์พื้นฐานของเจดีย์วัดป่าบ้านค้อสรุปได้ดังแสดงในตารางที่ 2 ซึ่งจะใช้ในการปรับแก้ค่าพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ (Calibration of Model Parameter) ก่อนที่จะใช้แบบจำลองในการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็กต่อไป

ตารางที่ 2 คุณสมบัติเชิงพลศาสตร์พื้นฐานของเจดีย์วัดป่าบ้านค้อ

1 st Mode Natural Frequency (f_n)	1 st Mode Natural Period ($T_n=1/f_n$)	Damping Ratio (ζ)
1.699 Hz	0.59 s	1.59 %

3. การศึกษาด้วยแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

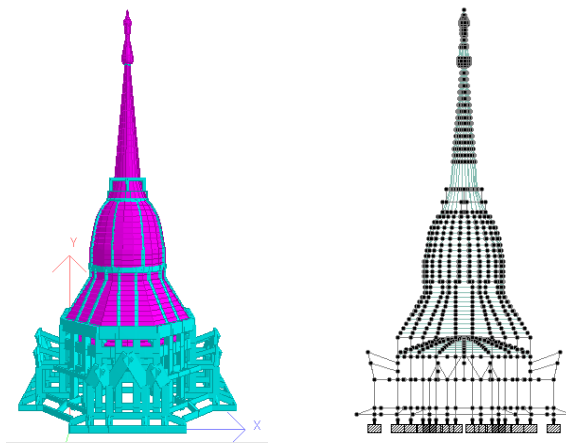
3.1 การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์และการปรับแก้ค่าพารามิเตอร์

ในงานวิจัยนี้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์สร้างด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป โดยมีสมมุติฐานหลักคือ (1) โครงสร้างมีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอีลาสติก และ (2) ฐานรากเป็นแบบยึดแน่น (Fixed Support) ทั้งนี้ โครงสร้างที่จำลองประกอบด้วยองค์อาคารที่เป็นคอนกรีตเสริมเหล็ก คือ เสา คาน พื้น และผนังคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยไม่รวมส่วนที่ไม่ใช่โครงสร้าง เช่น ผนังก่ออิฐ วัสดุตกแต่ง เป็นต้น แต่พิจารณาเป็นน้ำหนักที่กระทำต่อโครงสร้าง ขนาดของโครงสร้างใช้ตามแบบก่อสร้างและคุณสมบัติของวัสดุใช้ตามที่กำหนดใน

รายละเอียดประกอบแบบก่อสร้าง ซึ่งสมมุติฐานและหลักการข้างต้นง่ายและนิยมใช้โดยทั่วไป แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการศึกษานี้แสดงในรูปที่ 7 ซึ่งประกอบด้วยจุดต่อ (Node) 2,207 จุด เอลิเมนต์แบบโครงข้อแข็ง (Frame Element) สำหรับคานและเสา 2,908 เอลิเมนต์ เอลิเมนต์แบบแผ่นบาง (Plate Element) สำหรับพื้นและผนังคอนกรีตเสริมเหล็ก 1,720 เอลิเมนต์ และจุดรองรับแบบยึดแน่น (Fixed Support) 43 จุด

ตารางที่ 3 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้กับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

Elastic Modulus of Concrete (E_c)	Poisson's Ratio of Concrete (ν_c)	Damping Ratio (ξ)
23,100 MPa	0.17	5 %



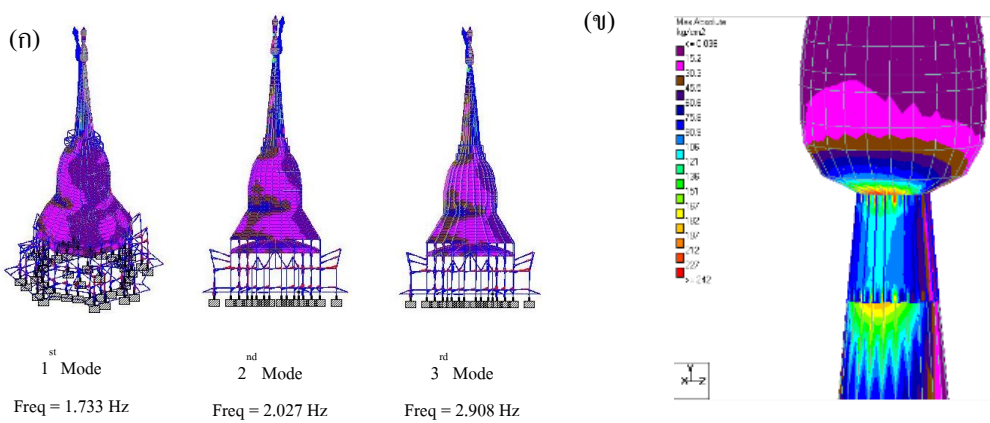
รูปที่ 7 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

ค่าพารามิเตอร์หลักที่ต้องใช้ในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วย (1) ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตซึ่งประมาณได้จากค่ากำลังต้านทานแรงอัดของคอนกรีต (2) ค่าอัตราส่วนของปัวซองของคอนกรีตซึ่งมีค่าประมาณ 0.15-0.20 และ (3) อัตราส่วนความหน่วงซึ่งเป็นคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของโครงสร้างที่สำคัญในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบพลศาสตร์ (Dynamic Analysis) สำหรับอัตราส่วนความหน่วงแม้จะทราบค่าจากการตรวจวัดจริงก็ไม่สามารถใช้ได้โดยตรงในแบบจำลองและจำเป็นจะต้องมีการปรับแก้ให้มีค่าที่เหมาะสมกับแบบจำลองที่ใช้ เนื่องจากแบบจำลองกับสิ่งก่อสร้างจริงมีความแตกต่างกันตามสมมุติฐานที่ใช้ในการจำลอง โดยเฉพาะการที่ไม่สามารถพิจารณาทุกส่วนประกอบที่มีในสิ่งก่อสร้างจริง และการที่ไม่สามารถจำลองฐานรากตามสภาพจริงได้ อันมีผลกระทบอย่างมากต่อการสลายพลังงานที่เกิดขึ้นระหว่างการสั่นไหวอัตราส่วนความหน่วงของแบบจำลองจึงต้องมีค่าต่างจากของสิ่งก่อสร้างจริง แต่ต้องทำให้แบบจำลองมีผลตอบสนองเชิงพลศาสตร์ที่ใกล้เคียงกับสิ่งก่อสร้างจริงตามที่ตรวจวัดได้ จากหลักการดังกล่าวในการศึกษานี้เลือกใช้ค่าอัตราส่วนความหน่วงสำหรับแบบจำลองเท่ากับร้อยละ 5 ซึ่งเป็นค่าที่นิยมใช้สำหรับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก และพบว่าค่าดังกล่าวทำให้แบบจำลองมีค่าความถี่ธรรมชาติพื้นฐานเท่ากับ 1.733 เฮิรตซ์ใกล้เคียงกับค่าที่ตรวจวัดได้ (1.699 เฮิรตซ์) โดยมีค่ามากกว่าเพียงร้อยละ 2 ทั้งนี้ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้กับแบบจำลองแสดงในตารางที่ 3

3.2 ผลการศึกษาด้วยแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

จากการศึกษาด้วยแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ทำให้ทราบความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหวในโหมดที่สูงขึ้น รูปที่ 8 (ก) แสดงรูปแบบการสั่นไหวในโหมดที่หนึ่ง สอง และสามพร้อมความถี่ธรรมชาติที่สอดคล้องกับโหมดนั้นๆ ซึ่งแบบจำลองให้ความถี่ธรรมชาติโหมดที่หนึ่ง สอง และสามเท่ากับ 1.733 2.027 และ 2.908 เฮิร์ตซ์ตามลำดับ เมื่อพิจารณาค่าความถี่โหมดที่สองจากแบบจำลองซึ่งให้ค่าเท่ากับ 2.027 เฮิร์ตซ์พบว่ามากกว่าค่าที่ได้จากการตรวจวัดจริง (1.719 เฮิร์ตซ์) ประมาณร้อยละ 18 แม้แบบจำลองจะให้ค่าความถี่โหมดที่สองแตกต่างจากค่าที่ตรวจวัดจริงแต่ด้วยสมมุติฐานที่ใช้ในแบบจำลองร่วมกับค่าอัตราส่วนความหน่วงร้อยละ 5 ก็สามารถให้ค่าความถี่โหมดที่หนึ่งที่ได้ใกล้เคียงกับค่าที่ตรวจวัดจริง ซึ่งพฤติกรรมในโหมดที่หนึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดในการออกแบบ

จากรูปแบบการสั่นไหวทั้งสามจะเห็นได้ว่าส่วนปล้องโถงจนถึงส่วนปลียอดมีการโยกตัวอย่างเห็นได้ชัดจึงเป็นส่วนที่มีความอ่อนไหวสูงสุดของเจดีย์ โดยบริเวณที่เกิดความเค้นดึงสูงสุดคือส่วนปลายของปล้องโถงที่รับส่วนปลียอด ซึ่งเป็นบริเวณที่มีลักษณะเป็นคอคอดคดงแสดงในรูปที่ 8 (ข)



รูปที่ 8 (ก) รูปแบบและความถี่การสั่นไหวที่ได้จากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ (ข) ส่วนของเจดีย์ที่เกิดความเค้นดึงสูงสุด

4. สรุปผล

จากผลการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็กด้วยการตรวจวัดจริงภายใต้สภาวะแวดล้อมด้วยเครื่องวัดความเร่งประกอบกับการใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยใช้เจดีย์หน้าตัดทรงกลมที่มีความสูงประมาณ 72.0 เมตรเป็นกรณีศึกษา สามารถสรุปผลได้ดังนี้

(1) จากผลการตรวจวัดจริงพบว่า เจดีย์มีคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์พื้นฐานคือ ค่าความถี่พื้นฐาน 1.699 เฮิร์ตซ์หรือคาบการสั่นไหวพื้นฐาน 0.59 วินาทีและมีอัตราส่วนความหน่วงร้อยละ 1.59

(2) จากผลการศึกษาด้วยแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้สมมุติฐานว่าฐานรากเป็นแบบยึดแน่นและชัดเจนความแตกต่างระหว่างแบบจำลองกับเจดีย์จริงด้วยการปรับแก้อัตราส่วนความหน่วงพบว่า อัตราส่วนความหน่วงร้อยละ 5 เป็นค่าที่เหมาะสมที่ยังคงให้ผลตอบสนองของแบบจำลองและการตรวจวัดจริงมีค่าใกล้เคียงกัน และจากการใช้แบบจำลองทำให้

สามารถทราบรูปแบบการสั่นไหวในโหมดที่สูงขึ้นซึ่งมีความถี่ธรรมชาติโหมดที่ 1 2 และ 3 เท่ากับ 1.733 2.027 และ 2.908 เฮิรตซ์ตามลำดับ

จากผลการศึกษาทั้งสองส่วนทำให้เข้าใจพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็กมากขึ้น และได้แนวทางในการสร้างแบบจำลองว่าในกรณีที่มีสมมุติให้ฐานรากเป็นแบบยึดแน่นอาจสมมุติให้ค่าอัตราส่วนความหน่วงเท่ากับร้อยละ 5 อย่างไรก็ตามควรมีการศึกษา คุณสมบัติและพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเจดีย์คอนกรีตเสริมเหล็กเพิ่มเติมเพื่อยืนยันผลการศึกษา

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม และภาควิชาเทคโนโลยีวิศวกรรมโยธาและสิ่งแวดล้อม คณะวิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ และ กราบขอบพระคุณ คณะสงฆ์วัดป่าบ้านค้อ ที่อนุเคราะห์ให้การสนับสนุนในการทำวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] Shakya, M., Varum, H., Vicente, R., and Costa, A. Seismic sensitivity analysis of the common structural components of Nepalese Pagoda temples. *Bulletin of earthquake engineering*, 2014, 12 (4), pp. 1679-1703.
- [2] Kanokwan Yanathanom. *Static and Dynamic Behavior under Seismic Loading of Pagodas in Chiang Mai City by Finite Element Method*. Master Thesis, Chiang Mai University, 2010.
- [3] Fujita, K., Hanazato, T., and Sakamoto, I. Earthquake response monitoring and seismic performance of five storied timber pagoda. In: *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B.C., Canada, 1-6 August 2004, Paper No. 54.
- [4] Chopra, A. K. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, 4th ed. Prentice Hall, 2012.