

# สมบัติภายใต้การกดและเฉือนของแบร์ริงยางด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์

สมชาย กอพูนพัฒน์<sup>1</sup> มนัส แซ่ด่าน<sup>2</sup> และ วิไลพร ลักขมีวาณิชย์<sup>3</sup>

## Abstract

Kopoonpat, S.<sup>1</sup>, Seadan, M.<sup>1</sup> and Luksameevanish, V.<sup>2</sup>

### Compression and shear properties of elastomeric bearing using finite element analysis

Songklanakarin J. Sci. Technol., 2006, 28(5) : 1121-1134

Standard size samples of four natural rubber compounds, varying the amount of carbon black from 10 to 70 phr, were characterised under uniaxial compression and simple shear tests in order to obtain the strain energy function constants. These constants were then used as hyperelastic material constants for the Windows-based finite element package (COSMOS/M version 1.75). The investigated bearings, made with those NR compounds, had the approximate area and thickness of 50x106 mm<sup>2</sup> and 50 mm respectively. Each compound of bearing consisted of four different values of shape factor ranging from about 0.33 to 1.70, according to the number of reinforcing plates in the bearing. Three deformation modes of compression, shear and compression-shear were predicted. Good agreement was found between twelve compression model

<sup>1</sup>Department of Science, Faculty of Science and Technology, Prince of Songkla University, Pattani Campus, Muang, Pattani, 94000 Thailand. <sup>2</sup>Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat University, Muang, Chiang Mai, 50300 Thailand.

<sup>1</sup>นักศึกษาระดับปริญญาโท ภาควิชาฟิสิกส์พอลิเมอร์ <sup>2</sup>Doctorat (Physicochimie des Mateiaux Macromoleculaires) รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิทยาศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี อำเภอเมือง จังหวัดปัตตานี 94000 <sup>3</sup>Ph.D.(Rubber and Polymer Technology) รองศาสตราจารย์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ 50300

Corresponding e-mail: vilaiporn@cmru.ac.th

รับต้นฉบับ 19 กันยายน 2548      รับลงพิมพ์ 17 มีนาคม 2549

predictions and the corresponding experimental values of bearings, containing 10, 20 and 40 phr of carbon black and each of which consisted of four different layers of reinforcing metal plates (0, 1, 2 and 3 layers). On the other hand, deviation from the predicted value was clearly seen in the 70 phr black bearing case. The percentage difference increased with respect to the increasing number of reinforcing plates or the rising shape factor. Therefore, the improved FEA model was supplemented with an imaginary elastic glue layer between the rubber block and metal plate as glue failure compensation. The optimum value of the elastic layers modulus is 8 MPa while the thickness of the layer depends on the total thickness or total volume of rubber block. This model can predict the 70 phr carbon black bearings, having shape factor ranging from 0.5 to 2.35 for 11 cases. The FEA prediction of shear behaviour agrees well with the experimental data for all four bearing compounds and there is no effect of shape factor on shear stress. Moreover, shear stress does not depend on the compressive force applied to like bearing before shear and the FEA results agreed with the corresponding experimental results.

**Key words :** Finite Element Analysis, elastomeric bearing, compression model, shear model, compression-shear model, hyperelastic material

### บทคัดย่อ

สมชาย กอพูนพัฒน์ มนัส แซ่ด่าน และ วิไลพร ลักษมีวาณิชย์  
สมบัติภายใต้การกดและเฉือนของแบริงยางด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์  
ว. สงขลานครินทร์ วทท. 2549 28(5) : 1121-1134

ชิ้นตัวอย่างขนาดมาตรฐานของยางธรรมชาติคอมปาวด์ที่มีปริมาณเขม่าดำ 10 ถึง 70 ส่วนในร้อยส่วนยาง (phr) ได้รับการนำมาทดสอบภายใต้แรงกดและแรงเฉือนอย่างง่ายเพื่อวิเคราะห์หาค่าคงตัวของสมการพลังงานความเครียด ค่าคงตัวเหล่านี้เป็นค่าคงตัวของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติกสำหรับใช้กับโปรแกรมไฟไนท์เอลิเมนต์สำเร็จรูป (ชื่อ COSMOS/M version 1.75) แบริงยางที่ศึกษามีพื้นที่รับแรงขนาดประมาณ 50X106 ตร.มม. หนาประมาณ 50 มม. แต่ละสูตรของแบริงยางมีค่า shape factor ต่างกันสี่ค่า แปรตามจำนวนชั้นของเหล็กเสริมแรงภายในแบริง โดยมีค่าตั้งแต่ 0.33 ถึง 1.73 การทำนายพฤติกรรมการผิดรูปของแบริงแบ่งเป็น 3 หมวด ได้แก่ การผิดรูปภายใต้แรงกด แรงเฉือน และแรงกด-เฉือน ผลการทำนายพฤติกรรมของแบริงยางจำนวน 12 แบบจำลอง (model) ที่ผิดรูปภายใต้แรงกดของแบริงยางคอมปาวด์ที่มีเขม่าดำ 10, 20 และ 40 phr แต่ละคอมปาวด์มีเหล็กเสริมแรงภายในต่างกันทั้งสิ้นชนิด (0, 1, 2 และ 3 ชั้น) ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองดีมาก ส่วนผลการทำนายแบริงยางคอมปาวด์ที่มีปริมาณเขม่าดำสูงถึง 70 phr ภายใต้แรงกดมีความคลาดเคลื่อนสูง และร้อยละของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นตามจำนวนชั้นของเหล็กเสริมแรงภายใน หรือเพิ่มขึ้นตามค่า shape factor ที่เพิ่มขึ้น ในกรณีนี้ แบบจำลองการทำนายจึงเพิ่มชั้นกาวเสมือนยึดหยุ่นระหว่างเนื้อยางกับแผ่นเหล็ก เพื่อชดเชยการหลุดบางส่วนของชั้นกาว ค่ามอดุลัสยึดหยุ่นของชั้นกาวเสมือนที่เหมาะสมมีค่าเท่ากับ 8 MPa ส่วนความหนาของชั้นกาวยึดหยุ่นแปรผันโดยตรงกับความหนาหรือปริมาตรของเนื้อยางทั้งหมด แบบจำลองนี้ทำนายการผิดรูปภายใต้แรงกดของแบริงยางนี้ที่มีค่า shape factor ตั้งแต่ 0.5 ถึง 2.35 (11 กรณี) ได้สอดคล้องกับผลการทดลองดีมาก การทำนายการผิดรูปภายใต้แรงเฉือนของแบริงยางคอมปาวด์ทั้งสิ้นชนิด สอดคล้องกับผลการทดลอง และแสดงให้เห็นว่า shape factor ไม่มีอิทธิพลต่อค่าความเค้นเฉือน นอกจากนี้ พบว่าความเค้นเฉือนไม่ขึ้นกับแรงกดที่กระทำกับแบริง และการทำนายให้ผลสอดคล้องกับการทดลองดีมาก

ยางเป็นวัสดุวิศวกรรมที่ใช้กันอย่างต่อเนื่องมาเป็นเวลานานเนื่องจากมีสมบัติทางฟิสิกส์ที่ดีเลิศ เช่น สามารถผิดรูปได้มาก มีความแข็งแรงสูง และมีความยืดหยุ่นสูง

ทั้งยังสามารถใช้เป็นวัสดุที่ดูดซับพลังงานอย่างดียิ่งเยี่ยมเมื่อมีแรงภายนอกหรือถูกกระทำด้วยแรงสั่นสะเทือน ดังนั้นยางจึงมักถูกนำไปใช้ในลักษณะของแบริงยาง ที่มีทั้งแรง

กดและแรงเฉือนกระทำ เช่น กรณีของแบร็ริงยางรองคอสระพาน มีแรงกดตรงจากน้ำหนักของสะพานและน้ำหนักของรถที่อยู่บนสะพาน ขณะเดียวกันก็มีแรงเฉือนขณะที่รถวิ่งผ่านค่อมมือ แบร็ริงยางทั่วไปมักเสริมความแข็งแรงเพื่อด้านแรงกดโดยเพิ่มจำนวนชั้นของเหล็กเสริมแรงภายใน แต่ไม่ทำให้การต้านแรงเฉือนเพิ่มขึ้น (Lindley, 1978) ดังนั้นการทำความเข้าใจพฤติกรรมของยางที่มีแรงประเภทต่างๆ กระทำจึงมีความจำเป็น การศึกษาพฤติกรรมของยางด้วยวิธีทางไฟไนท์เอลิเมนต์เป็นวิธีการหนึ่งที่ประหยัดกว่าการศึกษาพฤติกรรมของชิ้นส่วนยาง (หรืออื่นๆ) ด้วยการทดลองจริง

งานวิจัยนี้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางไฟไนท์เอลิเมนต์ชื่อ COSMOS/M (version 1.75, window based) เพื่อศึกษาสมบัติภายใต้แรงกดและแรงเฉือนของแบร็ริงยาง การศึกษาแยกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นการศึกษาเพื่อหาสมบัติเฉพาะของยางคอมปาวด์ที่ใช้ขึ้นรูปเป็นแบร็ริง ส่วนที่สองเป็นการศึกษาสมบัติหรือพฤติกรรมภายใต้การกด การเฉือน และการกด-เฉือน ของแบร็ริงยางที่ทำจากคอมปาวด์ที่ได้ทดสอบหาสมบัติเฉพาะในส่วนแรก สมบัติที่ทดสอบได้ซึ่งอธิบายในรูปของความสัมพันธ์ของความเค้น-ความเครียด จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับการทำนายด้วยวิธีทางไฟไนท์เอลิเมนต์ต่อไป

การศึกษาที่ผ่านมา วิลพร (2543) และ วิลพร และมนัส (2546 และ 2548) ใช้สมการพลังงานความเครียดที่ได้จากการทดลอง (phenomenological strain energy function, W) ที่เสนอโดย Gregory (พบใน Charlton and Yang, 1995 และ Yeoh, 1990) อธิบายพฤติกรรมเชิงกลของวัสดุยางที่จัดเป็นวัสดุไฮเปอร์อีลาสติกฟังก์ชันของสมการพลังงานความเครียดนี้อธิบายในรูปสมการโพลิโนเมียลกำลังสามของ  $(I_1 - 3)$  ดังสมการ (1) โดย  $I_1$  เป็นอินแวเรียนต์ที่หนึ่งของการผิดรูป (first invariants of Green deformation tensor) สมการนี้ไม่คำนึงถึงอิทธิพลของ  $I_2$ , อินแวเรียนต์ที่สองของการผิดรูป (second invariants of Green deformation tensor) ภายใต้สมมติฐานที่ว่าอนุพันธ์ย่อยของพลังงานความเครียดที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับ  $I_1$  มีค่าสูงกว่าอนุพันธ์ย่อยของพลังงานดังกล่าวเทียบกับ  $I_2$  มากๆ  $(\partial w / \partial I_1 \gg$

$\partial w / \partial I_2)$  และอนุพันธ์ย่อยของ W ที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับ  $I_1$  ไม่ขึ้นกับค่า  $I_2$   $(\partial w / \partial I_1$  ไม่ขึ้นกับ  $I_2)$  จากสมมติฐานดังกล่าวทำให้ได้สมการเอมพิริคัลแสดงความสัมพันธ์ของความเค้นลดรูปหนึ่ง สมการที่สามารถอธิบายการผิดรูปอย่างง่ายภายใต้แรงกด แรงเฉือน หรือแรงดึง

$$w = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (1)$$

$$\sigma'_r \text{ หรือ } \tau_r = 2C_{10} + 4C_{20}(I_1 - 3) + 6C_{30}(I_1 - 3)^2 \quad (2)$$

เมื่อ  $\sigma'_r$  เป็นความเค้นจริงลดรูปในกรณีของการดึงหรือกดในหนึ่งแนวแรง

$\tau_r$  เป็นความเค้นลดรูปในกรณีของการเฉือนอย่างง่าย

$C_{10}$ ,  $C_{20}$  และ  $C_{30}$  คือค่าคงตัวของสมการพลังงานความเครียด ที่ได้จากการทดลอง

ค่าความเค้นจริงลดรูป และค่า  $(I_1 - 3)$  หาได้จากการทดลองดังนี้

การกด (หรือดึง) ในหนึ่งแนวแรง

$$\sigma'_r = \frac{\sigma}{\lambda - \lambda^{-2}} = \frac{\sigma'}{\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}} \quad (3)$$

และ  $(I_1 - 3) = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3 \quad (4)$

การเฉือนอย่างง่าย

$$\tau_r = \frac{\tau}{\gamma} \quad (5)$$

และ  $(I_1 - 3) = \lambda^2 \quad (6)$

เมื่อ  $\sigma$  และ  $\sigma'$  คือความเค้นวิศวกรรมและความเค้นจริง ตามลำดับ

$\lambda$  คืออัตราส่วนหด (หรือยืด) ของยางในแนวแรงต่อความยาวเดิม (draw ratio)

$\tau_r$  คือความเค้นเฉือนลดรูปจากการทดสอบการเฉือนอย่างง่าย

$\tau$  และ  $\gamma$  คือความเค้นเฉือนและความเครียดเฉือน ตามลำดับ

## วัสดุ อุปกรณ์และวิธีการ

## 1. วัสดุ

วัสดุที่ศึกษาเป็นยางคอมปาวด์ ที่แปรปริมาณเคมีดำ 4 ค่า ได้แก่ 10, 20, 40 และ 70 phr และมีส่วนผสมอื่นๆ ดังแสดงใน Table 1 ยางคอมปาวด์เหล่านี้เรียกชื่อว่า BR10, BR20, BR40 และ BR70 ตามลำดับ ยางสองสูตรหลังเป็นสูตรของยางรองคอสสะพานที่เคยมีการศึกษามาแล้ว โดย วิไลพร และคณะ (2541) ส่วนยางสองสูตรแรกมีปริมาณเคมีดำผสมอยู่ต่ำกว่ามาตรฐานสูตรยางรองคอสสะพาน จัดเป็นสูตรยางที่มีปริมาณเคมีดำน้อยมาก ใช้เพื่อการศึกษาเปรียบเทียบในงานวิจัยนี้

ยางคอมปาวด์เหล่านี้ถูกนำมาขึ้นรูปให้เป็นชิ้นตัวอย่างที่มีขนาดตามมาตรฐานการกดและเฉือน (BS-standard 903 Part A14 และ A4 ตามลำดับ) โดยขนาดของตัวอย่างที่ใช้กดในหนึ่งแนวแรงเป็นรูปทรงกระบอกที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางและความสูงประมาณ 29 และ 13 มม. ตามลำดับ ชิ้นตัวอย่างที่ใช้ทดสอบการเฉือนอย่างง่าย ขึ้นรูปแบบ double sandwich ที่ประกอบด้วยชิ้นตัวอย่างยาง 4 ชิ้นปะกบติดกัน โดยมีพื้นที่รับแรงและความหนาโดยประมาณเป็น 25x50 ตร.มม. และ 7 มม. ตามลำดับ

แบร์ริงยางที่ทำขึ้นจากยางคอมปาวด์ทั้งสี่ มีพื้นที่รับแรงและความหนาประมาณ 50x106 ตร.มม. และ 50 มม. ตามลำดับ แบร์ริงมีแผ่นเหล็กหนา 5 มม.ปะกบบน-ล่าง

แต่ละชนิดของแบร์ริงยางคอมปาวด์หนึ่งๆ มีการเสริมแรงภายในแบร์ริงด้วยแผ่นเหล็กจำนวน 0, 1, 2 และ 3 แผ่น โดยเหล็กเสริมแรงแต่ละแผ่นหนา 3 มม. ส่งผลให้ shape factor ของแบร์ริงยางมีค่าประมาณ 0.33, 0.73, 1.20 และ 1.73 ตามลำดับ

## 2. อุปกรณ์

เครื่องมือทดสอบความแข็งแรงแบบอเนกประสงค์ (Universal tensile tester) ของบริษัท Hounsfield รุ่น H10KS เป็นอุปกรณ์หลักที่ใช้ทดสอบ การผิดรูปในแนวแรงกด การเฉือนอย่างง่าย และทดสอบความแข็งแรงของแบร์ริงยางทั้งสามหมวด แม้ว่าอุปกรณ์นี้มีขีดจำกัดที่ 10 kN ซึ่งพบว่าไม่สามารถกดแบร์ริงยางที่มีความแข็งแรงสูงได้ ผู้วิจัยได้ออกแบบระบบคานที่สามารถทดสอบแรงกดได้ถึง 5.63 เท่า และทำให้เนื้อยางถูกกดได้จนถึง 20% ทุกกรณี ส่วนการวิเคราะห์ความสัมพันธ์อื่นๆ ใช้ Microsoft Excel

## 3. วิธีการทดสอบและการวิเคราะห์ผล

การทดสอบและวิเคราะห์ผลแยกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ การหาค่าคงตัวของสมการพลังงานความเครียดของยางคอมปาวด์ และการทดสอบแบร์ริงยาง

## ส่วนที่ 1 : การหาค่าคงตัวของสมการพลังงานความเครียดของยางคอมปาวด์

ยางคอมปาวด์ทั้งสี่สูตรถูกนำมาทดสอบภายใต้แรงกดและการเฉือนอย่างง่าย ตามขั้นตอนที่กำหนดโดย

Table 1. Compounds formulation

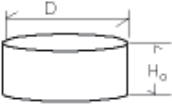
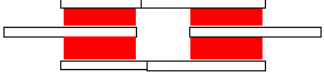
Ingredients	No.1 (BR70) phr	No. 2 (BR40) phr	No. 3 (BR20) phr	No. 4 (BR10) phr
Natural Rubber	100.0	100.0	100.0	100.0
ZnO	5.0	5.0	5.0	5.0
Stearic acid	2.0	2.0	2.0	2.0
HAF	70.0	40.0	20.0	10.0
Spindle Oil	6.0	6.0	-	-
Flectol TMQ	3.0	3.0	3.0	3.0
Paraffin Wax	3.0	3.0	3.0	3.0
CBS	1.5	1.5	1.5	1.5
Sulphur	1.5	1.5	1.5	1.5
6PPD	2.0	2.0	2.0	2.0

มาตรฐานอังกฤษ BS903 part A14 และ A4 ตามลำดับ รายละเอียดได้จาก Table 2 กรณีการกดในแนวแรงต้องมีการหล่อลื่นที่ผิวบนและล่างของชิ้นตัวอย่างเพื่อให้มีการผิดรูปในแนวกดเท่านั้น ผลการทดลองแสดงในรูปความสัมพันธ์ของความเค้น-ความเครียด แล้วนำไปคำนวณหาค่าความเค้นลดรูปเฉลี่ยจากการผิดรูปทั้งสองหมวดแปรค่ากับ  $(I_1-3)$  จากนั้นจึงหาสมการเส้นแนวโน้มของความสัมพันธ์นี้ด้วยสมการโพลีโนเมียลกำลังสองของค่า  $(I_1-3)$

โดยค่าคงตัวของสมการจะเทียบเท่ากับค่า  $2C_{10}$ ,  $4C_{20}$  และ  $6C_{30}$  ตามสมการ (2)

ค่าคงตัวที่ได้ถูกนำไปใช้ในโปรแกรมไฟไนท์เอเลเมนต์ เพื่อตรวจสอบสมบัติภายใต้การกดในหนึ่งแนวแรงและการเฉือนอย่างง่าย หรือพิสูจน์ว่าค่าคงตัวนี้สามารถทำนายพฤติกรรมนี้ได้หรือไม่ ส่วนเงื่อนไขของแบบจำลองแสดงใน Table 3 ความแตกต่างของผลการทำนายแสดงด้วยค่าร้อยละเฉลี่ยตลอดช่วงการทดสอบชิ้นงาน ดัง

**Table 2. Conditions of uniaxial compression and simple shear tests**

Conditions	Compression	Shear
Standard procedure	BS903 Part A4	BS903 Part A14
Sample geometry	Cylindrical specimen 	Double sandwich specimen 
Size	$D \cong 29 \text{ mm}$ , $H_0 \cong 12 \text{ mm}$	Area $\cong 25 \times 50 \text{ mm}^2$ , Thickness 7 mm
Cross head speed	5 mm/min	10 mm/min
Condition of testing	Cyclic test, taken the average values of the 3 <sup>rd</sup> to the 6 <sup>th</sup> loaded cycle	
Maximum strain	$\cong 50\%$	$\cong 70\%$
Others	Lubricated at upper and lower surfaces	

**Table 3. Conditions of FEA models of compression, shear and compression shear bearings**

Conditions	Number of reinforcing metal plate			
	0	1	2	3
Bearing size: WxLxH (in mm)	50x106x50	50x106x50	50x106x50	50x106x50
Model size: WxLxH (in mm)				
- compression	25x53x50	25x53x24	25x53x13	25x53x10
- shear and compression -shear	50x106x50	50x106x24	50x106x13	50x106x10
No. of element at each side				
- compression	7x10x10	7x10x9	7x10x8	7x10x7
- shear and compression -shear	10x20x10	10x20x9	10x20x8	10x20x7
Boundary conditions	See Figure 2			
Loading conditions				
- compression model	- Apply Y-displacement steps up to about 25% strain			
- shear model	- Apply X (shear) displacement up to about 30% shear strain			
	- Apply fix compressive displacement (5, 10 and 15% compression strain)			
- compression shear model	- Apply X (shear) displacement, while the step compressive strain change were hold at 5, 10 and 15%			

สมการ (7)

Average % difference =

$$\sum_{\text{at each } \varepsilon \text{ or } \gamma} \frac{ABS(\sigma_{FEA} \text{ or } \tau_{FEA} - \sigma_{EXP} \text{ or } \tau_{EXP})}{\sigma_{EXP} \text{ or } \tau_{EXP}} \times 100 \quad (7)$$

## ส่วนที่ 2 : การทดสอบเบรียงยาง

การทดสอบเบรียงยางแบ่งเป็น 3 หมวด ได้แก่ การกด การเฉือน และการกด-เฉือน แสดงใน Figure 1 การทดสอบกำหนดให้เป็นแบบวงจักร ข้อมูลพื้นฐานที่ต้องการ (ของทุกหมวดการผิดรูป) เป็นค่าแรงที่แปรตามระยะกดของรอบที่ 3 ถึง 6 จุดประสงค์หลักของการกดต้องการให้ชั้นตัวอย่างมีการผิดรูปได้สูงสุดประมาณ 20% หลังจากนั้นจึงวิเคราะห์หาค่าความเค้น-ความเครียดของแต่ละหมวดต่อไป

จากการกดเบรียงโดยตรงด้วยแผ่นกดของเครื่องมือทดสอบความแข็งแรงอเนกประสงค์ พบว่ามีเบรียงยางเพียง 5 ชนิด (จากทั้งหมด 16 ชนิด) ที่สามารถถูกกดจนถึง 20% ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ออกแบบระบบคานเพื่อให้มีการกดแรงและสามารถกดขึ้นตัวอย่างให้ผิดรูปตามวัตถุประสงค์ ส่วนการทดสอบยางแบบเฉือน และแบบกด-เฉือน เบรียงยางที่ทดสอบการกดแล้วถูกนำมาเชื่อมติดกับอุปกรณ์ที่ออกแบบไว้แล้วนำมาติดตั้งด้วยเครื่องทดสอบความแข็งแรงอเนกประสงค์เพื่อให้ขึ้นตัวอย่างผิดรูปแบบเฉือน

แบบจำลองไฟไนท์เอลเมนต์ 3 มิติ ประกอบขึ้นด้วยเอลเมนต์แบบ 8 จุดต่อ แยกเป็น 3 แบบตามหมวดการผิดรูปภายใต้แรงกด แรงเฉือน และการกด-เฉือน เงื่อนไขและขนาดของแบบจำลองแสดงใน Table 3

แบบจำลองการกดมีขนาดพื้นที่รับแรง 1/4 ของเบรียงจริง ส่วนแบบจำลองการเฉือนและการกด-เฉือนมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของเบรียงจริง ความหนาของแบบจำลองกำหนดให้เท่ากับความหนาของชั้นยางที่ถูกขึ้นด้วยแผ่นเหล็ก เพราะได้พิสูจน์แล้วว่า การผิดรูปภายใต้แรงกดหรือเฉือนของยางแต่ละชั้นมีลักษณะเหมือนกัน และส่งผลให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณสั้นลง (วิไลพร และมนัส, 2548) นั่นคือเบรียงยางที่มีเหล็กเสริมแรงภายในจำนวน 0, 1, 2 และ 3 ชั้น เนื้อยางมีความหนาเป็น 50, 24, 13 และ 10 มม. เบรียงยางที่ศึกษาพฤติกรรมการเฉือนภายใต้แรงกด มีการศึกษาอิทธิพลของการกด 3 ระดับ คือที่ 5, 10 และ 15% ความเครียดกด ผลการทำนายแสดงในรูปของความเค้น-ความเครียดเพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองของแต่ละกรณี

จากผลการศึกษาเบื้องต้น พบว่า ผลการทำนายพฤติกรรมของเบรียงยางที่มีเขม่าดำผสมอยู่สูง 70 phr มีความคลาดเคลื่อนมากกว่ากรณีอื่นๆ ผู้วิจัยจึงเสนอแนะว่าควรมีการปรับปรุงแบบจำลองของ Yeoh โดยเพิ่มชั้นกาวเสมือนยึดหยุ่น เพื่อชดเชยการหลุดของชั้นกาวขณะมีแรงกระทำ ซึ่งแสดงให้เห็นชัดเจนกรณีของยางที่มีเขม่าดำสูง (วิไลพร และมนัส, 2546) ผู้วิจัยเรียกแบบจำลองแบบนี้ว่าแบบจำลองแบบยึดติดยืดหยุ่น (elastic bonded) ส่วนแบบจำลองที่ไม่มีชั้นกาวเสมือนเรียกว่าแบบจำลองยึดติดแน่น (perfect bonded) การวิเคราะห์ประกอบด้วยการวิเคราะห์หาค่ามอดูลัสและความหนาที่เหมาะสมของชั้นกาว โดยนำข้อมูลการกดเบรียงยาง BR70 ที่ได้ทดสอบและสรุปไว้ในรายงานวิจัยเมื่อปี 2541 และ 2546 มาศึกษาเปรียบเทียบเป็นจำนวนทั้งสิ้น 11 แบบจำลอง

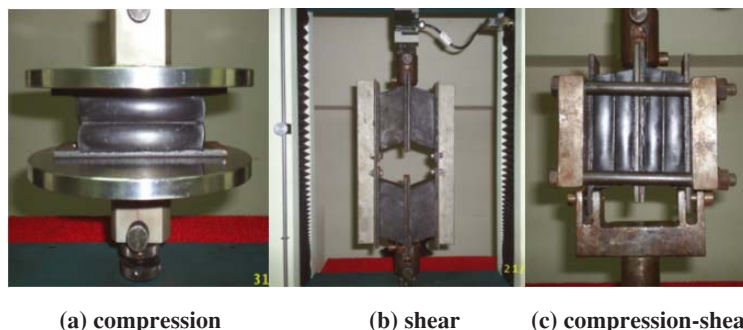


Figure 1. Bearing arrangements in compression, shear and compression-shear tests

เงื่อนไขขอบเขตและแผนภาพของแบบจำลอง การกดแบบ perfect bonded และ elastic bonded แบบจำลองการเฉือน (และการกด-เฉือน) แสดงใน Figure 2

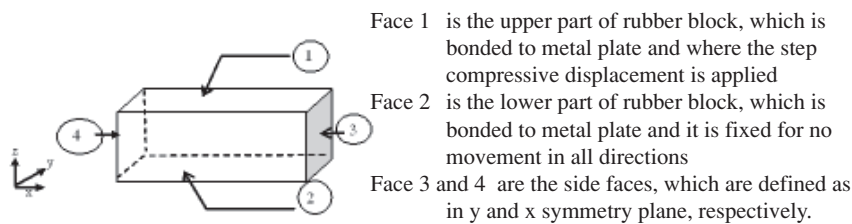
แปริงแบบยึดติดแน่น (perfect bonded) 3. การทำนายพฤติกรรมกรกดของแปริงแบบยึดติดยืดหยุ่น (elastic bonded) และ 4. การทำนายพฤติกรรมกรเฉือน และการกด-เฉือน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

**ผลการทดลองและวิจารณ์**

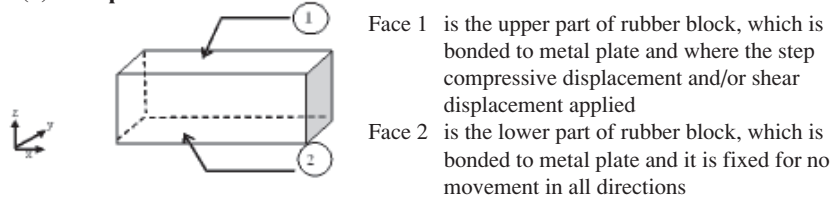
ผลการทดลองและวิจารณ์ผลการทดลองแบ่งออกเป็น 4 ส่วน ได้แก่ 1. การวิเคราะห์หาค่าคงตัวของสมการพลังงานความเครียด 2. การทำนายพฤติกรรมกรกดของ

**1. การวิเคราะห์หาค่าคงตัวของสมการพลังงานความเครียด**

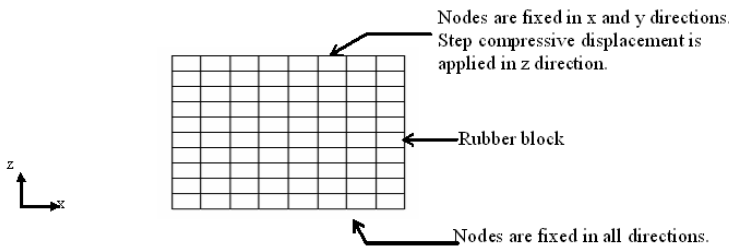
จากค่าความเค้น-ความเครียดกดในหนึ่งแนวแรง และความเค้น-ความเครียดเฉือนอย่างง่ายของชิ้นตัวอย่าง



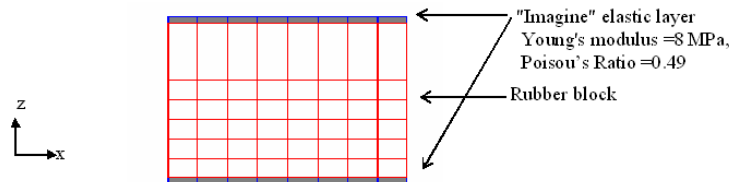
**(a) Compression model**



**(b) Shear and compression-shear models**



**(c) Perfect bonded compression model**



**(d) Elastic bonded model**

**Figure 2. Diagram of (a) 3D-one quarter compression model, (b) 3D full size of shear and compression-shear model (c) xz-plane of compressive "perfect bonded" mesh and (d) xz plane of compressive "elastic bonded" mesh.**



ยางขนาดเล็ก ทำให้สามารถวิเคราะห์หาค่าความเค้นลดรูปเฉลี่ยของทั้งสองกรณีที่แปรตาม  $(I_1-3)$  ดังแสดงใน Figure 3 และจากสมการเส้นแนวโน้มของความสัมพันธ์นี้ ในรูปโพลีโนเมียลกำลังสอง ทำให้สามารถวิเคราะห์หาค่าคงตัว  $C_{30}$ ,  $C_{20}$ ,  $C_{10}$  และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ดังแสดงใน Table ที่ 4 จะเห็นว่าค่า  $C_{10}$  ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่แปรผันโดยตรงกับความแข็งแรงของคอมปาวด์มีลดลงจาก 0.97 MPa เป็น 0.31 MPa ตามการลดลงของปริมาณเขม่าดำในคอมปาวด์จาก 70 phr เป็น 10 phr ตามลำดับ ค่าคงตัวที่ได้ถูกใช้เป็นค่าคงที่ของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติกของโปรแกรม COSMOS/M เพื่อทำนายพฤติกรรมภายใต้การกดในหนึ่งแนวแรงของชิ้นทรงกระบอกที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 29 มม. สูง 13 มม. ด้วยแบบจำลองสองมิติของ plane strain ที่ประกอบด้วยเอลเมนต์แบบ 3 จุดต่อ และมีสมมาตรรอบแกนผ่านกลางของทรงกระบอก (axis symmetry element) และทำนาย

พฤติกรรมของการเฉือนของชิ้นตัวอย่างขนาดพื้นที่รับแรง 25x50 ตร.มม.หนา 7 มม. ที่ใช้แบบจำลองสามมิติของวัสดุแข็ง (solid element) ประกอบด้วย 8 จุดต่อเอลเมนต์ Figure 4 เป็นผลการทำนายแสดงในรูปกราฟความสัมพันธ์ของความเค้น-ความเครียด เปรียบเทียบกับผลการทดลอง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าผลการทำนายสอดคล้องกับผลการทดลองดีมาก ค่าร้อยละของความแตกต่างเฉลี่ยตลอดช่วงความเครียดที่ทดสอบของการกดต่ำกว่า 3% ส่วนในกรณีการเฉือนค่าร้อยละของความแตกต่างดังกล่าวมีค่าสูงสุดประมาณ 9% ในกรณียาง BR40 ผลความแตกต่างที่มากกว่าการกดอาจเป็นเพราะชิ้นตัวอย่างการเฉือนมีความไม่สมบูรณ์จากการขึ้นรูปมากกว่า

2. การทำนายพฤติกรรมกรกดของแบริงแบบยึดติดแน่น  
กราฟเปรียบเทียบผลการทำนายพฤติกรรมภายใต้แรงกดของแบริงยางที่สร้างขึ้น 16 ชนิด กับผลการทดลอง

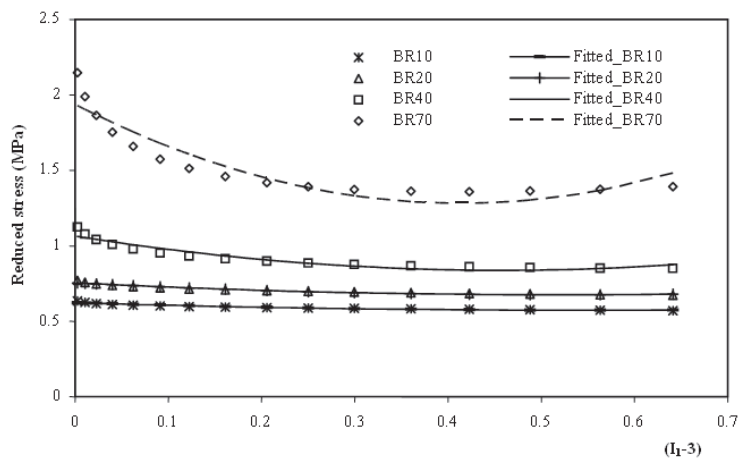
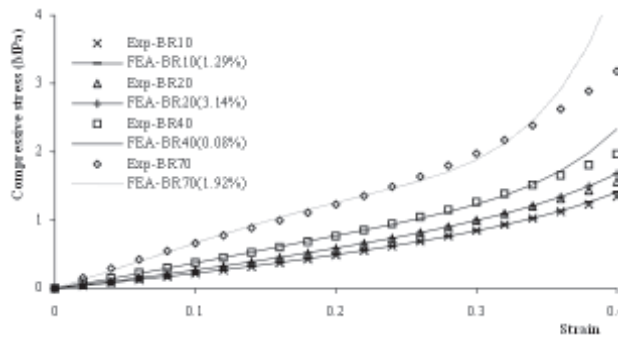


Figure 3. Reduced stress plotted against  $(I_1-3)$  tested from uniaxial compression and simple shear modes for 4 rubber compounds.

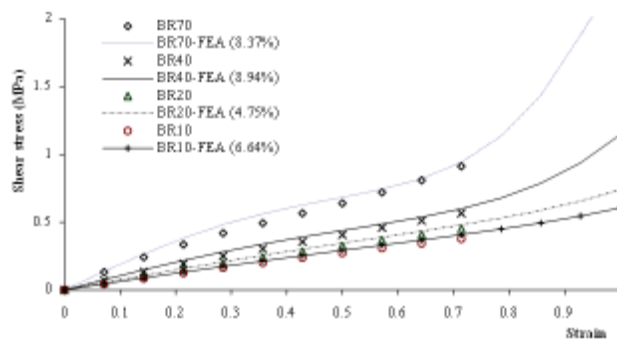
Table 4. Strain energy constants for each compounds, preformed from uniaxial compression and simple shear tests.

Compounds	Strain Energy Constants in MPa			Correlation coefficient, $r^2$
	$C_{10}$	$C_{20}$	$C_{30}$	
BR10	0.3113	-0.0450	0.0277	0.9310
BR20	0.3772	-0.0761	0.0489	0.9451
BR40	0.5326	-0.2485	0.1815	0.9135
BR70	0.9700	-0.7948	0.6409	0.8758





(a) Uniaxial compression



(b) Simple shear

Figure 4. The comparison of FEA and experiment stresses of 4 compounds (BR10, BR20, BR40 and BR70), obtained from (a) the uniaxial compression test and (b) the simple shear tests. The numbers in the bracket are the average percentage difference of the FEA results and the experimental results.

ที่สอดคล้องกันแสดงใน Figure 5 (a) , (b) และ (c) แสดงผลการทำนายที่สอดคล้องกับผลการทดลองอย่างดียิ่งในกรณีของแบร็ริงยาง BR10, BR20 และ BR40 ไม่ว่าจะ เป็นแบร็ริงที่มีเหล็กเสริมแรงหรือไม่ นั่นคือการวิีไฟไนท์เอเลเมนต์สามารถทำนายพฤติกรรมการกดได้ดี กรณีที่แบร็ริงยางมีปริมาณเขม่าดำผสมอยู่จนถึง 40 phr และมีค่า shape factor อยู่ระหว่าง 0.33 ถึง 1.73 ค่าเฉลี่ยของร้อยละของความแตกต่างของการเปรียบเทียบแบร็ริง 12 ชนิด มีค่าต่ำกว่า 7% ส่วนผลการทำนายแบร็ริงยางที่มีปริมาณเขม่าดำผสมอยู่ 70 phr มีความสอดคล้องกับผลการทดลองดีมาก สำหรับกรณีที่ไม่ม่เหล็กเสริมแรงภายใน แต่เมื่อแบร็ริงยางมีเหล็กเสริมแรง 1, 2 และ 3 ชั้น ค่าความเค้นกดที่ได้จากวิีไฟไนท์เอเลเมนต์กลับมีค่าสูงกว่า

ผลการทดลอง โดยมีค่าเฉลี่ยของร้อยละของความแตกต่าง มีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 11.16, 19.17 และ 20.86 ตามลำดับ

### 3. การทำนายพฤติกรรมการกดของแบร็ริงแบบยึดติดยึดหยุ่น

ในขณะที่ทำการทดลองผู้วิจัยพบว่ามีการหลุดของชั้นกาวที่ยึดติดระหว่างแผ่นเหล็กกับเนื้อยาง ปรากฏการณ์นี้เห็นได้ชัดกรณีที่มีปริมาณเขม่าดำในคอมปาวด์สูง (วิีไลพรและมนัส, 2546) ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้ปรับเปลี่ยนแบบจำลองการกดที่ไม่มีชั้นกาวหรือที่เรียกว่าแบบจำลองยึดติดแน่น เป็นแบบจำลองแบบยึดติดยึดหยุ่น โดยเพิ่มชั้นกาวยึดหยุ่นเสมือน จากการวิเคราะห์หาค่ามอดุลัสและความหนาที่เหมาะสมของชั้นกาวเสมือนนี้พบว่าค่ามอดุลัส

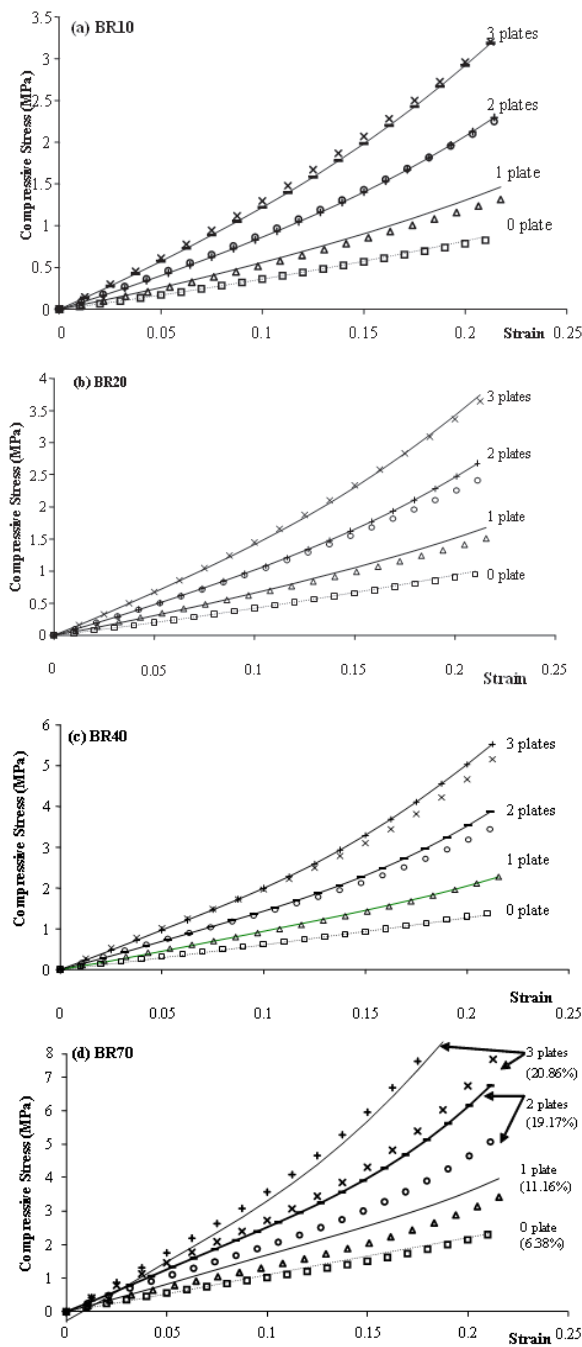
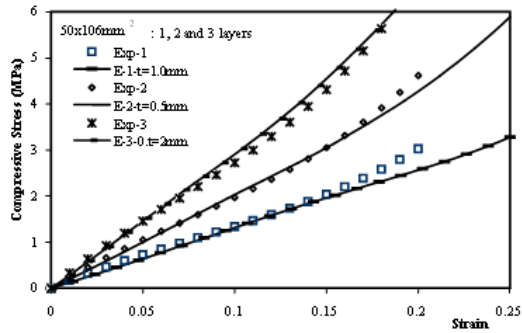
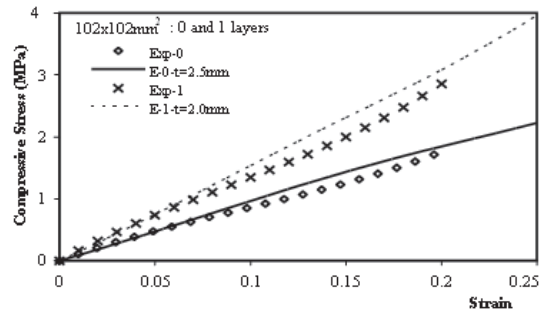


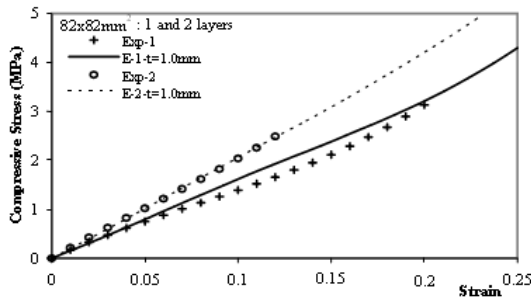
Figure 5. Comparison of experimental compressive stress-strain relationship with the “perfect-bonded” models of 4 bearings of (a) BR10, (b) BR20, (c) BR40 and (d) BR70, having loading area of 50x106 mm<sup>2</sup>. Each bearing has four difference number of reinforcing metal plates of 0, 1, 2 and 3 layers. The numbers in the bracket are the average percentage difference of the FEA results from the experimental ones.



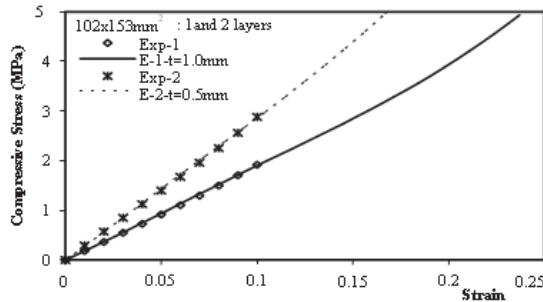
(a) 50x106 mm<sup>2</sup> load area, 1, 2 and 3 layers reinforcing plate.



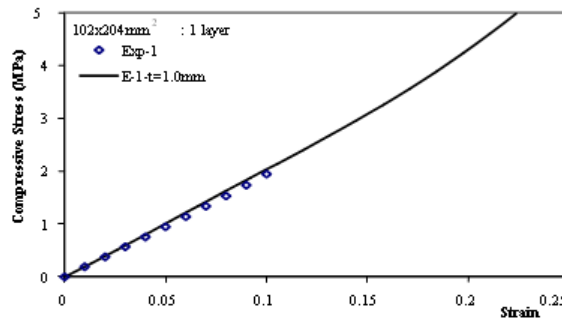
(c) 102x102mm<sup>2</sup> load area, 1 and 2 layers of reinforcing plate.



(b) 82x82mm<sup>2</sup> load area, 1 and 2 layers reinforcing plate.



(d) 102x153mm<sup>2</sup> load area, 1 and 2 reinforcing plates



(e) 102x204mm<sup>2</sup> load area, 1 reinforcing plate

**Figure 6.** The elastic bonded model can predict the compressive behaviour of BR70 bearings. Various sizes of bearings, varying with area and number of reinforcing plates, are (a) 50x106 mm<sup>2</sup>; 1, 2 and 3 plates, (b) 82x82 mm<sup>2</sup>; 1 and 2 plates, (c) 102x102 mm<sup>2</sup>; 1 and 2 plates, (d) 102x153 mm<sup>2</sup>; 1 and 2 plates, and (e) 102x204 mm<sup>2</sup>; 1 plate.

ยึดหยุ่นมีค่าคงตัวเป็น 8 MPa ส่วนความหนาแปรค่ากับความหนาของชั้นยางทั้งหมด Figure 6 แสดงกราฟเปรียบเทียบผลการทำนายที่สอดคล้องกับผลการทดสอบอย่างดียิ่งของแบริ่งยาง BR70 จำนวนทั้งสิ้น 11 แบบจำลอง Figure 6 (a) เป็นแบบจำลองของแบริ่งยางที่มีพื้นที่รับแรง 50x106 ตร.มม. หนารวม 50 มม. มีเหล็กเสริมแรง 1, 2

และ 3 ชั้น (กรณีเดียวกับ Figure 5(d)) Figure 6 (b)-(e) เป็นแบบจำลองของแบริ่งที่มีพื้นที่รับแรงต่างๆ กัน (ได้แก่ 82x82, 102x102, 102x153 และ 102x204 ตร.มม.) ความหนารวมของแบริ่งประมาณ 50 มม. มีเหล็กเสริมแรงแปรค่าตั้งแต่ 0 จนถึง 2 ชั้น แบริ่งทั้งหมด (11 ชนิด) มีค่า shape factor แปรค่าตั้งแต่ประมาณ 0.5 จนถึง 2.35

นอกจากนั้นยังพบว่าความหนาของชั้นกาวที่เหมาะสม (2 ชั้น บน - ล่าง) แปรผันโดยตรงกับความหนาของชั้นยาง ดังแสดงใน Figure 7 ด้วยสมการเส้นแนวโน้มเชิงเส้นผ่านจุดเริ่มต้น มีค่าความชันของกราฟเท่ากับ 9.21 หรือชั้นกาวหนาประมาณ 10% ของชั้นยางทั้งหมด แสดงให้เห็นว่าชั้นกาวเสริมของแบบจำลอง elastic bonded สามารถชดเชยการหลุดของชั้นกาวได้จริง และส่งผลให้การทำนายพฤติกรรมการกดของเบรียงที่มีปริมาณเคมีมาด้าผสมอยู่สูงมีความแม่นยำสูง

4. การทำนายพฤติกรรมการเฉือน และการกด-เฉือน

จากการตั้งเบรียงยาง 4 ชั้นที่เชื่อมต่อกันแบบ double sandwich ให้ผิดรูปแบบเฉือนพบว่า shape factor ของเบรียงยางไม่มีผลต่อความเค้นเฉือน แต่การทำนายกลับพบว่าความเค้นเฉือนที่แปรกับความเร็วด กรณีเหล็กเสริมแรงภายใน 0 ชั้น ต่ำกว่าค่าความเค้นกรณีที่มีเหล็กเสริมแรง 1 ชั้น ซึ่งมีค่าต่ำกว่ากรณี 2 และ 3 ชั้นเพียงเล็กน้อย ส่วนกรณี 2 และ 3 ชั้นนั้นมีความเค้นเฉือนซ้อนทับกัน ความแตกต่างนี้เป็นอิทธิพลของการหักงอที่พบ

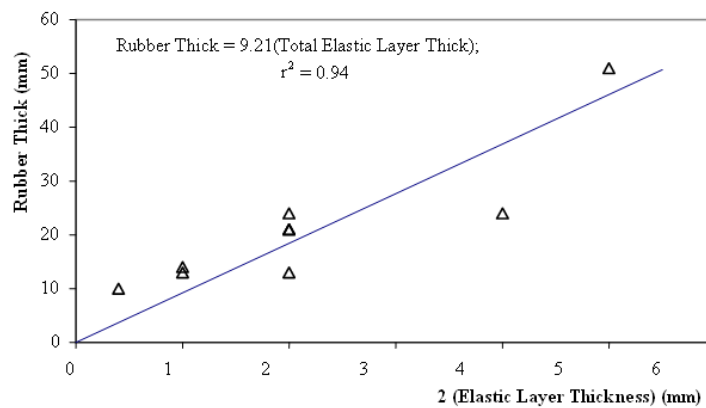


Figure 7. The relationship of rubber thick and total elastic layer thick of elastic bonded model.

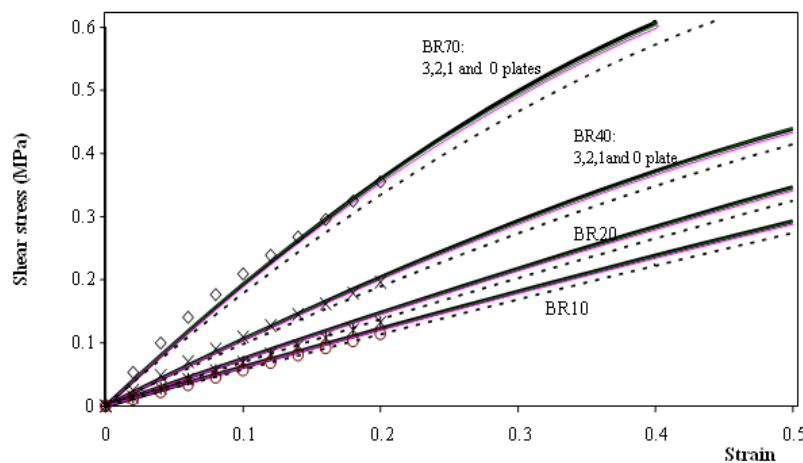


Figure 8. Comparison of FEA and experimental shear stresses for BR70, BR40, BR20 and BR10. Various set of makers are average experimental values shearing up to 20% strain. Various set of lines present the FEA results. Bonding effect is clearly seen as less apparent shear stress in the case of non reinforcing plate bearing, which is indicate as dot red lines.

[Color figure can be viewed in the electronic version]

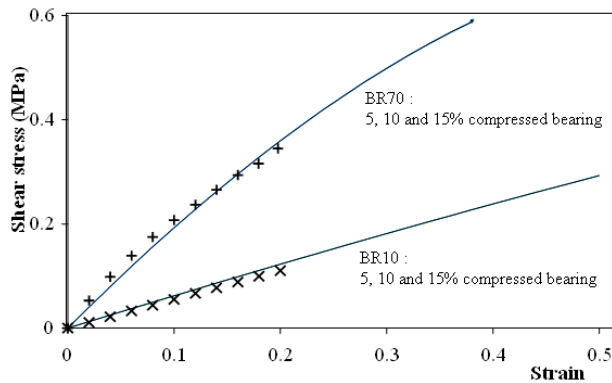


Figure 9. Compression effect of shear stress. Set of markers present the experimental results and lines indicate the FEA prediction.

เมื่ออัตราส่วนของความหนาต่อความยาวของชิ้นตัวอย่างมากกว่า 0.25 (Lindley, 1978 p. 27) แบริ่งยางที่มีเหล็กเสริมแรง 0 และ 1 ชั้นมีอัตราส่วนของความหนาต่อความยาวเป็น 50/102 และ 24/102 (หรือประมาณ 0.49, 0.24) ตามลำดับ และเมื่อนำผลการทำนายไปเปรียบเทียบกับผลการทดลอง (Figure 8) พบว่าค่าทั้งสองมีความสอดคล้องกัน นอกจากนี้ยังพบว่า การกดแบริ่งยางไม่ทำให้ความเค้นเฉือนเปลี่ยนไป (Figure 9) โดยผลการทดลองสอดคล้องกับผลการทำนายดีมาก

### สรุปผล

การทำนายพฤติกรรมการผิดรูปในหนึ่งแนวแรงกดด้วยแบบจำลอง 2 มิติ และการผิดรูปแบบเฉือนด้วยแบบจำลอง 3 มิติของยางคอมปาวด์ทั้งสี่ชนิดที่มีปริมาณเคมีดำผสมอยู่ 10, 20, 40 และ 70 phr ให้ผลดีมาก นั้นยืนยันว่าค่าคงตัว  $C_{10}$ ,  $C_{20}$  และ  $C_{30}$  ที่นำมาใช้ในโปรแกรมไฟไนท์เอเลเมนต์สำเร็จรูป COSMOS/M มีความถูกต้อง และสามารถนำไปใช้เป็นสมบัติเฉพาะแบบวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก การทำนายพฤติกรรมการผิดรูปของแบริ่งยางแบบยึดติดแน่น ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองในกรณีแบริ่งยางนิ่มที่มีเคมีดำผสมอยู่ 3 ระดับได้แก่ 10 40 phr ส่วนแบริ่งยางที่มีเคมีดำผสมอยู่สูง และ shape factor ตั้งแต่ 0.5 ต้องใช้แบบจำลองแบบยึดติดยืดหยุ่น elastic bond ที่มีชั้นกาวเสมือนยึดหยุ่น ขดเชยการหลุดของชั้น

กาว จึงสามารถทำนายพฤติกรรมของแบริ่งยางภายใต้แรงกดได้ดีเยี่ยม การทำนายพฤติกรรมการเฉือน และการเฉือนภายใต้แรงกดให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลอง และแสดงให้เห็นว่าความเค้นเฉือนไม่ขึ้นกับค่า shape factor ที่เปลี่ยนของแบริ่ง

### กิตติกรรมประกาศ

บทความนี้รวบรวมผลการวิจัยจาก 3 แหล่ง ที่ทำและสรุปเมื่อปี 2541, 2546, 2548 รวมทั้งงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา สาขาวิชาฟิสิกส์พอลิเมอร์ ผู้วิจัยจึงขอขอบพระคุณแหล่งทุนที่อุดหนุนงานวิจัยเหล่านี้ ซึ่งได้แก่ ศูนย์เทคโนโลยีโลหะและวัสดุแห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (เงินอุดหนุนวิจัยประจำปี 2539 และ 2543) คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ (กองทุนวิจัยคณะฯ ประจำปีงบประมาณ 2547) และบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ (ทุนอุดหนุนวิจัยบัณฑิตศึกษา ประจำปีงบประมาณ 2547)

### เอกสารอ้างอิง

วิไลพร นพรัตน์ไกรลาศ วีระพันธุ์ สันติเทวกุล และอดิศักดิ์ รุ่งวิชาญวัฒน์. 2541. รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์ เรื่อง การสร้างแบบจำลองยางรองคอกสะพานด้วยคอมพิวเตอร์. คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ปัตตานี

- วิไลพร ลักษณะมีวาณิชย์. 2543. สมบัติยืดหยุ่นเฉพาะของยางวัลคาไนซ์เพื่อใช้ในวิธีไฟไนท์เอเลเมนต์. ว.สงขลานครินทร์. วทท. 22(3): 367-378.
- วิไลพร ลักษณะมีวาณิชย์ และมนัส แซ่ด่าน. 2546. รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์ เรื่อง การวิเคราะห์พฤติกรรมการกดของอีลาสติกแบริงด้วยเทคนิคไฟไนท์เอเลเมนต์. ศูนย์เทคโนโลยีโลหะและวัสดุแห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ
- วิไลพร ลักษณะมีวาณิชย์ และมนัส แซ่ด่าน. 2548. รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์ เรื่อง การใช้วิธีทางไฟไนท์เอเลเมนต์ศึกษาพฤติกรรมการกดของอีลาสติกแบริง. คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ปัตตานี.
- BS903Part A14. 2000. Rubber vulcanised or thermoplastic - Determination of modulus in shear or adhesion to rigid plates - Quadruple shear method.
- BS903 Part A4. 2000. Rubber vulcanised or thermoplastic - Determination of compression stress-strain properties.
- Charlton, D.J. and Yang, J. 1995. A Review of methods to characterize rubber elastic behavior for use in finite element analysis., 67(3): 481-503.
- Lindley, P.B. 1978. Engineering design with natural rubber, printed in great britain by hertford offset Ltd.
- Yeoh, O.H. 1990. Characterization of elastic properties of carbon-black-filled - rubber vulcanizates. 63(5): 792-805.